

УДК 538.9; 535

doi: 10.21685/2072-3040-2023-3-7

Эффекты 2D-диссипативного туннелирования в спектрах рекомбинационного излучения взаимодействующих квантовых точек во внешнем электрическом поле

В. Д. Кревчик¹, А. В. Разумов², М. Б. Семенов³

^{1,2,3}Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

¹physics@pnzgu.ru, ²razumov_alex@mail.ru, ³Misha29.02.2@gmail.com

Аннотация. *Актуальность и цели.* Квантовые точки (КТ) обладают уникальными оптическими свойствами, которые нашли широкое применение в оптоэлектронике, биологии и медицине. Проблема управления спектрально-люминесцентными свойствами КТ инициировала исследования механизмов взаимодействия КТ между собой и с окружающей матрицей. Такие взаимодействия при определенных условиях могут существенно модифицировать излучательные свойства КТ, что скажется на характеристиках лазерных структур и биосенсоров на их основе. Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния 2D-диссипативного туннелирования в системе «КТ – окружающая матрица», а также парного электростатического взаимодействия КТ с примесными комплексами ($A^+ + e$), на рекомбинационное излучение, связанное с оптическим переходом электрона из основного состояния КТ в квазистационарное A^+ -состояние во внешнем электрическом поле. *Материалы и методы.* Взаимодействие электрона, находящегося в основном состоянии КТ, и дырки, локализованной на A^+ -центре, рассматривалось в рамках адиабатического приближения. Дисперсионные уравнения, определяющие зависимость энергии связи дырки в примесном комплексе ($A^+ + e$) в сферически симметричной КТ от величины внешнего электрического поля и параметров диссипативного туннелирования, получены в рамках модели потенциала нулевого радиуса в приближении эффективной массы. Расчет спектральной интенсивности рекомбинационного излучения (СИРИ) в КТ с примесным комплексом ($A^+ + e$) во внешнем электрическом поле выполнен в дипольном приближении. Влияние электрического поля на основное состояние электрона в КТ учитывалось во втором порядке теории возмущений. Численные расчеты и построение графиков проводились для полупроводниковой квантовой точки на основе InSb с помощью символьной математики Mathcad 14 и Wolfram Mathematica 9. Вероятность 2D-диссипативного туннелирования вычислена с экспоненциальной точностью для модельного 2D-осцилляторного потенциала при конечной температуре с учетом линейного взаимодействия с фононными модами окружающей среды в одноинстантонном квазиклассическом приближении. *Результаты.* Показано, что полевая зависимость энергии связи квазистационарного A^+ -состояния имеет осциллирующий характер, связанный с квантовыми биениями, которые возникают при параллельном 2D-туннельном переносе. Найдено, что кривые СИРИ имеют характерный излом, соответствующий точке 2D-бифуркации, которая возникает при смене режимов туннелирования во взаимодействующей паре КТ с синхронного на асинхронный. Установлено, что в окрестности точки 2D-бифуркации имеют место нере-

гулярные осцилляции в СИРИ, связанные с режимами квантовых биений, когда появляются конкурирующие траектории туннельного переноса. Найдено, что параметры диссипативного туннелирования: температура, частота фононной моды, константа взаимодействия с контактной средой, постоянная взаимодействия КТ, оказывают существенное влияние на амплитуду квантовых биений и положение точки 2D-бифуркации в СИРИ. *Выводы.* Учет взаимодействия КТ с окружающей матрицей приводит к существенной модификации СИРИ, что проявляется в виде точек бифуркации и квантовых биений, зависящих от параметров диссипативного туннелирования. Учет парного взаимодействия КТ между собой посредством дырочного расталкивания в комплексах ($A^+ + e$) приводит к подавлению рекомбинационного излучения с ростом постоянной взаимодействия.

Ключевые слова: взаимодействующие квантовые точки, примесный комплекс, метод потенциала нулевого радиуса, адиабатическое приближение, дипольное приближение, электрическое поле, диссипативное 2D-туннелирование, рекомбинационное излучение

Финансирование: работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации 0748-2020-0012.

Для цитирования: Кревчик В. Д., Разумов А. В., Семенов М. Б. Эффекты 2D-диссипативного туннелирования в спектрах рекомбинационного излучения взаимодействующих квантовых точек во внешнем электрическом поле // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2023. № 3. С. 87–104. doi: 10.21685/2072-3040-2023-3-7

Effects of 2D dissipative tunneling in the recombination radiation spectra of interacting quantum dots in an external electric field

V.D. Krevchik¹, A.V. Razumov², M.B. Semenov³

^{1,2,3}Penza State University, Penza, Russia

¹physics@pnzgu.ru, ²razumov_alex@mail.ru, ³Misha29.02.2@gmail.com

Abstract. Background. Quantum dots (QDs) have unique optical properties that have found wide applications in optoelectronics, biology and medicine. The problem of controlling the spectral – luminescent properties of QDs initiated studies of the mechanisms of interaction of QDs with each other and with the surrounding matrix. Such interactions, under certain conditions, can significantly modify the radiative properties of QDs, which will affect the characteristics of laser structures and biosensors based on them. The purpose of this work is to study the effect of 2D dissipative tunneling in the QDs - surrounding matrix system, as well as the paired electrostatic interaction of QDs with ($A^+ + e$) impurity complexes, on recombination radiation associated with the optical transition of an electron from the ground state of QDs to a quasi-stationary A^+ state in the external electric field. *Materials and methods.* The interaction of an electron in the ground state of the QDs and a hole localized at the A^+ center was considered in the framework of the adiabatic approximation. The dispersion equations determining the dependence of the binding energy of a hole in an impurity complex ($A^+ + e$) in a spherically symmetric QDs on the magnitude of the external electric field and the parameters of dissipative tunneling are obtained within the framework of the zero radius potential model, in the approximation of the effective mass. The spectral intensity of recombination radiation (SIRI) in QDs with an impurity complex ($A^+ + e$) in an external electric field is calculated in the dipole approximation. The effect of the electric field on the ground state of the electron in the QDs was taken into account in the second order of the perturbation theory. Numerical calculations and plotting of graphs were carried out for InSb-based semiconductor quantum dots using symbolic mathematics Mathcad 14

and Wolfram Mathematica 9. The probability of 2D dissipative tunneling was calculated with exponential accuracy for a model 2D oscillatory potential at a finite temperature, taking into account linear interaction with phonon modes of the environment at one time instanton quasi-classical approximation. *Results.* It is shown that the field dependence of the binding energy of the quasi-stationary A^+ state has an oscillating character associated with quantum beats that occur during parallel 2D tunneling transfer. It is found that the SIRC curves have a characteristic fracture corresponding to the 2D bifurcation point that occurs when the tunneling modes in the interacting QDs pair change from synchronous to asynchronous. It is established that in the vicinity of the 2D bifurcation point there are irregular oscillations in SIRC associated with the modes of quantum beats when competing trajectories of tunnel transport appear. It is found that the parameters of dissipative tunneling: temperature, frequency of the phonon mode, the constant of interaction with the contact medium, the constant of interaction of QDs, have a significant effect on the amplitude of quantum beats and the position of the 2D bifurcation point in SIRC. *Conclusions.* Taking into account the interaction of QDs with the surrounding matrix leads to a significant modification of SIRC, which manifests itself in the form of bifurcation points and quantum beats depending on the parameters of dissipative tunneling. Taking into account the paired interaction of QDs with each other by means of hole pushing in $(A^+ + e)$ complexes leads to the suppression of recombination radiation with an increase in the constant interaction.

Keywords: interacting quantum dots, impurity complex, zero-radius potential method, adiabatic approximation, dipole approximation, electric field, dissipative 2D tunneling, recombination radiation

Financing: the research was supported by the grant 0748-2020-0012 of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

For citation: Krevchik V.D., Razumov A.V., Semenov M.B. Effects of 2D dissipative tunneling in the recombination radiation spectra of interacting quantum dots in an external electric field. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences. 2023;(3):87–104. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2023-3-7

Введение

Оптические свойства (КТ) вызывают повышенный интерес в связи с многочисленными приложениями в оптоэлектронике, биологии, медицине и в квантовой информации. Создание квазиульмерных полупроводниковых структур с управляемыми спектрально-люминесцентными характеристиками требует исследования механизмов взаимодействия КТ между собой и с окружающей матрицей. Действительно, окружающая матрица может оказывать существенное влияние на оптические свойства КТ. Так, в работе [1] было исследовано влияние взаимодействия КТ с молекулами орто-фенантролина на тушение люминесценции КТ. Было показано, что в такой системе тушение люминесценции не может быть обусловлено ни переносом энергии, ни молекулярным переносом электрона [1]. В работе [2] теоретически исследовано влияние фоновой среды на запутанную генерацию между двумя полупроводниковыми КТ, связанными с плазмонным нанорезонаторным пространством и когерентно управляемым внешним оптическим полем. Авторами [2] было показано, что фоновое окружение модифицирует излучательные свойства двухкубитовой системы, вызывая разные скорости распада между коллективными состояниями этой системы.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния 2D-диссипативного туннелирования в системе «КТ – окружающая мат-

рица», а также парного электростатического взаимодействия КТ с примесными комплексами ($A^+ + e$), на рекомбинационное излучение, связанное с оптическим переходом электрона из основного состояния КТ в квазистационарное A^+ -состояние во внешнем электрическом поле.

1. Влияние 2D-диссипативного туннелирования и кулоновского взаимодействия квантовых точек на энергию связи примесного квазистационарного A^+ -состояния во внешнем электрическом поле

Процесс излучательной рекомбинации примесного комплекса ($A^+ + e$) связан с оптическими переходами электрона из основного состояния КТ на энергетический уровень A^+ -центра. Учет кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой, локализованной на A^+ -центре, приводит к тому, что в результате электронных переходов будет изменяться энергия связанного состояния дырки вследствие изменения электронного адиабатического потенциала, который при фиксированном радиусе КТ зависит только от начального и конечного состояния электрона. На рис. 1 представлена энергетическая структура взаимодействующих КТ между собой посредством дырочного «расталкивания» и с окружающей матрицей посредством 2D-диссипативного туннелирования.

Будем считать, что вектор напряженности внешнего электрического поля направлен вдоль оси x , $\mathbf{E} = (E_0, 0, 0)$. Взаимодействие электрона, локализованного в основном состоянии КТ с дыркой, локализованной на A^0 -центре, будем рассматривать в рамках адиабатического приближения [3]. В этом случае электронный потенциал $V_{n,l,m}(\mathbf{r})$, действующий на дырку, можно считать усредненным по движению электрона [3]:

$$V_{n,l,m}(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_0^{R_0} \frac{|\Psi_{n,l,m}(\mathbf{r})|^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e|} d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где $\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi)$ – одноэлектронная волновая функция; n, l, m – главное, орбитальное и магнитное квантовые числа соответственно.

В первом порядке теории возмущений для основного состояния электрона ($m = 0, l = 0$) адиабатический потенциал электрона при наличии внешнего электрического поля напряженностью E_0 можно записать в виде

$$V_{n,0,0}(x, y, z) = \frac{m_h^* \omega_{n,s}^2}{2} \left((x - x_0)^2 + y^2 + z^2 \right) - \frac{e^2 \beta_{n,s}}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_0} - \frac{e^2 E_0^2}{2m_h^* \omega_{n,s}^2}, \quad (2)$$

где

$$x_0 = eE_0 / m_h^* \omega_{n,s}^2, \gamma_{n,s} = \gamma_0 - \text{Ci}(2\pi n) + \ln(2\pi n),$$

$$\hbar\omega_{n,s} = \left[\left(2\hbar^2 \pi^2 n^2 e^2 \right) / \left(3m_h^* R_0^3 \epsilon \right) \right]^{1/2},$$

здесь $\gamma_0 = 1,781$ – постоянная Эйлера; $Ci(x)$ – интегральный косинус; m_h^* – эффективная масса дырки.

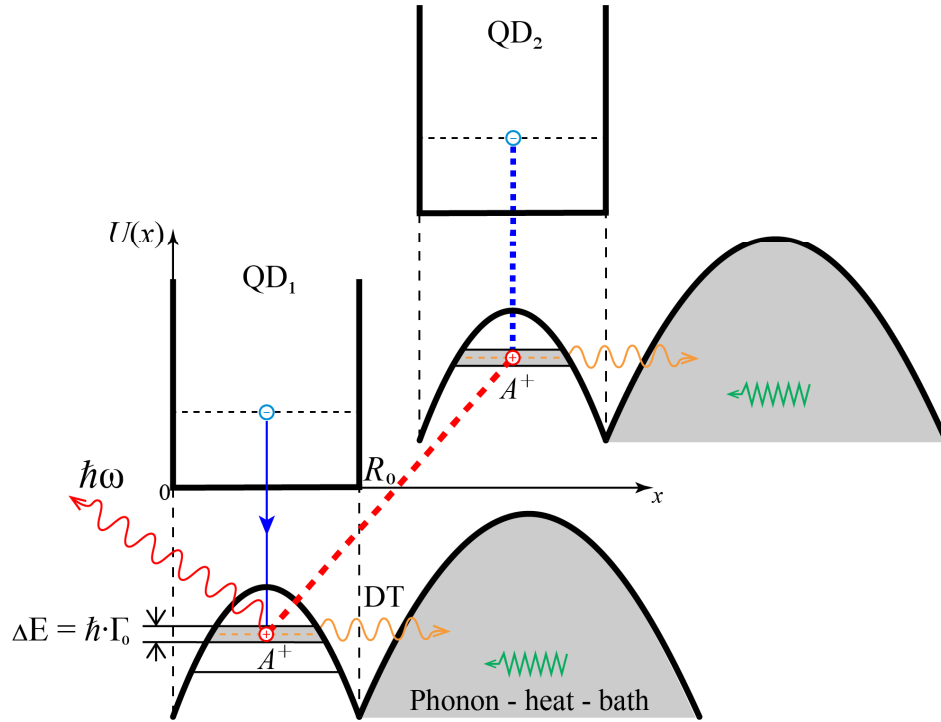


Рис. 1. Энергетическая структура пары взаимодействующих с окружающей матрицей квантовых точек посредством диссипативного туннелирования и взаимодействующих между собой за счет дырочного «расталкивания». Электрон локализован в основном состоянии квантовой точки, дырка – в квазистационарном состоянии A^+ -центра; $\Delta E = \hbar\Gamma_0$ – уширение примесного уровня, связанного с туннельным распадом A^+ -состояния; RR – рекомбинационное излучение; DT – диссипативное туннелирование

С экспоненциальной точностью вероятность 2D-диссипативного туннелирования при наличии внешнего электрического поля имеет вид

$$\Gamma_0 = \exp(-S), \quad (3)$$

где S – евклидово действие, которое для параллельного туннелирования можно представить в виде (в боровских единицах) [4]:

$$S = \frac{(a^* + b^*)^2}{2\beta_1^*} \left\{ \frac{4a^* \tau^*}{a^* + b^*} - \frac{\tau^*}{a^* + b^*} \left(1 + \frac{1}{1 - \alpha^*} \right) + \frac{(\tau^* - |\epsilon^*|) \alpha^*}{1 - \alpha^*} + \coth \beta^* - \right. \\ \left. - \sinh^{-1} \beta^* \left[\cosh(\beta^* - \tau^*) \cosh \epsilon^* + \cosh(\beta^* - \tau^*) - \cosh(\beta^* - |\epsilon^*|) \right] - \right. \\ \left. - (1 - \alpha^*)^{-3/2} \left(-\coth(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*}) + \sinh^{-1}(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*}) \right) \left\{ \cosh[(\beta^* - \tau^*) \sqrt{1 - \alpha^*}] \times \right. \right.$$

$$\times \left[\cosh \left(\varepsilon^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) - 1 \right] + \cosh \left[\left(\beta^* - \left| \varepsilon^* \right| \right) \sqrt{1 - \alpha^*} \right] \right] \Bigg\} \Bigg\} , \quad (4)$$

здесь α^* – безразмерный коэффициент взаимодействия дырок в диполь-дипольном приближении;

$$\begin{aligned} \beta^* &= \beta_1^{*-1} / (k_B T), \quad \beta_1^* = E_h / \hbar \omega, \quad \varepsilon^* = (\tau_1^* - \tau_2^*) \beta_1^{*-1}, \quad \tau_1^* = \tau_2^* = \frac{\tau^* \beta_1^*}{2} = \\ &= \frac{\beta_1^*}{2\sqrt{1 - \alpha^*}} \operatorname{arcosh} \left[\frac{a^* - b^*}{a^* + b^*} \sinh \frac{\beta^*}{2} \sqrt{1 - \alpha^*} \right] + \frac{\beta^*}{4}, \quad b^* = b/a_h, \quad a^* = a/a_h, \end{aligned}$$

$E_h = \hbar^2 / 2m_h^* a_h^2$, $a_h = \varepsilon \hbar^2 / m_h^* e^2$ – соответственно боровская энергия и радиус дырки; $\alpha^* = 2\alpha / m_h^* \omega^2 = 4\alpha a_h^2 \beta_1^2 / E_h$.

Параметры ε^* и τ^* находятся из следующей системы трансцендентных уравнений:

$$\begin{aligned} & -\sinh \varepsilon^* \left[\coth \beta^* + \cosh \tau \coth \beta^* - \sinh \tau^* \right] + \frac{1}{1 - \alpha^*} \sinh \left(\varepsilon^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) \times \\ & \times \left[\coth \left(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) - \cosh \left(\tau^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) \coth \left(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) + \sinh \left(\tau^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) \right] = 0, \\ & -1 - \frac{4a^*}{(a^* + b^*)(1 - \alpha^*)} + \frac{1}{1 - \alpha^*} + (\cosh \varepsilon^* - 1) (\sinh \tau^* \coth \beta^* - \cosh \tau^*) + \cosh \varepsilon^* + \\ & + \frac{1}{1 - \alpha^*} \left\{ \left[\cosh \left(\varepsilon^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) + 1 \right] \left[\sinh \left(\tau^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) \coth \left(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \cosh \left(\tau^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) \right] - \cosh \left(\varepsilon^* \sqrt{1 - \alpha^*} \right) \right\} = 0, \quad (5) \end{aligned}$$

С учетом соотношений (3)–(5) энергия и одночастичные волновые функции, соответствующие адиабатическому электронному потенциалу (2), запишутся в виде

$$E_{n_1, n_2, n_3}^{n, 0, 0} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_0} \gamma_{n;s} - \frac{e^2 E_0^2}{2m_h^* \omega_{n;s}^2} + \hbar \omega_{n;s} \left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2} \right) + i\hbar \Gamma_0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{n_1, n_2, n_3}^{n;s}(x, y, z) &= C_{n;s} \exp \left(-\frac{(x - x_0)^2 + y^2 + z^2}{2a_{n;s}^2} \right) \times \\ &\times H_{n_1} \left(\frac{x - x_0}{a_{n;s}} \right) H_{n_2} \left(\frac{y}{a_{n;s}} \right) H_{n_3} \left(\frac{z}{a_{n;s}} \right), \quad (7) \end{aligned}$$

где $C_{n;s} = \left[2^{n_1+n_2+n_3} n_1! n_2! n_3! \pi^{3/2} a_{n;s}^3 \right]^{-1/2}$, $a_{n;s} = \sqrt{\hbar / (m_h^* \omega_{n;s})}$, $H_n(x)$ – полиномы Эрмита; n_1, n_2, n_3 – квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням гармонического осциллятора.

Используя далее процедуру метода потенциала нулевого радиуса (см. например [5]), получим уравнение, определяющее зависимость энергии связи дырки $E_{\lambda;n}^{A^+}$ в комплексе $(A^+ + e)$ от параметров КТ, параметров диссипативного туннелирования и электронного квантового числа n при наличии внешнего электрического поля E_0 :

$$\sqrt{-\eta_{\lambda;s}^2 - \frac{e^2 \gamma_{n;s} \beta_{n;s}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_0^*} - W_0^* \beta_{n;s}^4 - i\Gamma_0^* + \frac{3}{2}\beta_{n;s}^{-1}} = \eta_i - \frac{2}{\sqrt{\beta_{n;s}}\pi} \int_0^\infty dt \exp\left[-t\left(-\beta_{n;s}\eta_{\lambda;s}^2 - \frac{e^2 \gamma_{n;s} \beta_{n;s}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_0^*} - W_0^* \beta_{n;s}^3 - i\beta_{n;s}\Gamma_0^* + \frac{3}{2}\right)\right] \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{2t\sqrt{2t}} - (1 - \exp[-2t])^{-3/2} \exp\left[-\left((x_a^* - x_0^*)^2 + y_a^{*2} + z_a^{*2}\right) \frac{t}{\beta_{n;s}}\right] \right\}, \quad (8)$$

где $\eta_{\lambda;s}^2 = \sqrt{E_{\lambda;n}^{A^+} / E_h}$, $\Gamma_0^* = \hbar\Gamma_0 / E_h$, E_h – эффективная боровская энергия дырки.

Необходимо отметить, что энергия связи дырки в рассматриваемом случае является комплексной величиной, при этом ее действительная часть определяет среднюю энергию связи квазистационарного A^+ -состояния $\bar{E}_{\lambda;n} = \text{Re } E_{\lambda;n}$, а удвоенная мнимая часть – уширение соответствующего энергетического уровня $\Delta E_{\lambda;n} = 2 \text{Im } E_{\lambda;n}$. Результат численного анализа трансцендентного уравнения (6) представлен на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что на полевой зависимости энергии связи квазистационарного A^+ -состояния при определенном значении напряженности внешнего электрического поля появляется характерный «провал», связанный с возможностью смены синхронного режима туннельного переноса дырок на асинхронный.

Видно также, что для полевой зависимости энергии связи A^+ -состояния характерны нерегулярные осцилляции, связанные с режимом квантовых биений. Из рис. 2,б видно, что амплитуда осцилляций на кривой энергии связи A^+ -состояния растет с ростом температуры (параметр $\epsilon_T = kT/E_h$), частоты фононной моды (параметр $\epsilon_L = \hbar\omega_L/E_h$, см. рис. 2,б) и с уменьшением константы взаимодействия с контактной средой (параметр $\epsilon_C = \hbar C/E_h$), (ср. кривые 1 и 2 на рис. 2,а). Из рис. 2,г видно, что с ростом постоянной взаимодействия КТ α^* возрастает дырочное «расталкивание» между A^+ -центрами КТ,

которое сопровождается уменьшением интеграла перекрытия волновых функций электрона и дырки и, как следствие, ростом энергии связи квазистационарного A^+ -состояния (сравн. кривые 1–3 на рис. 2,з).

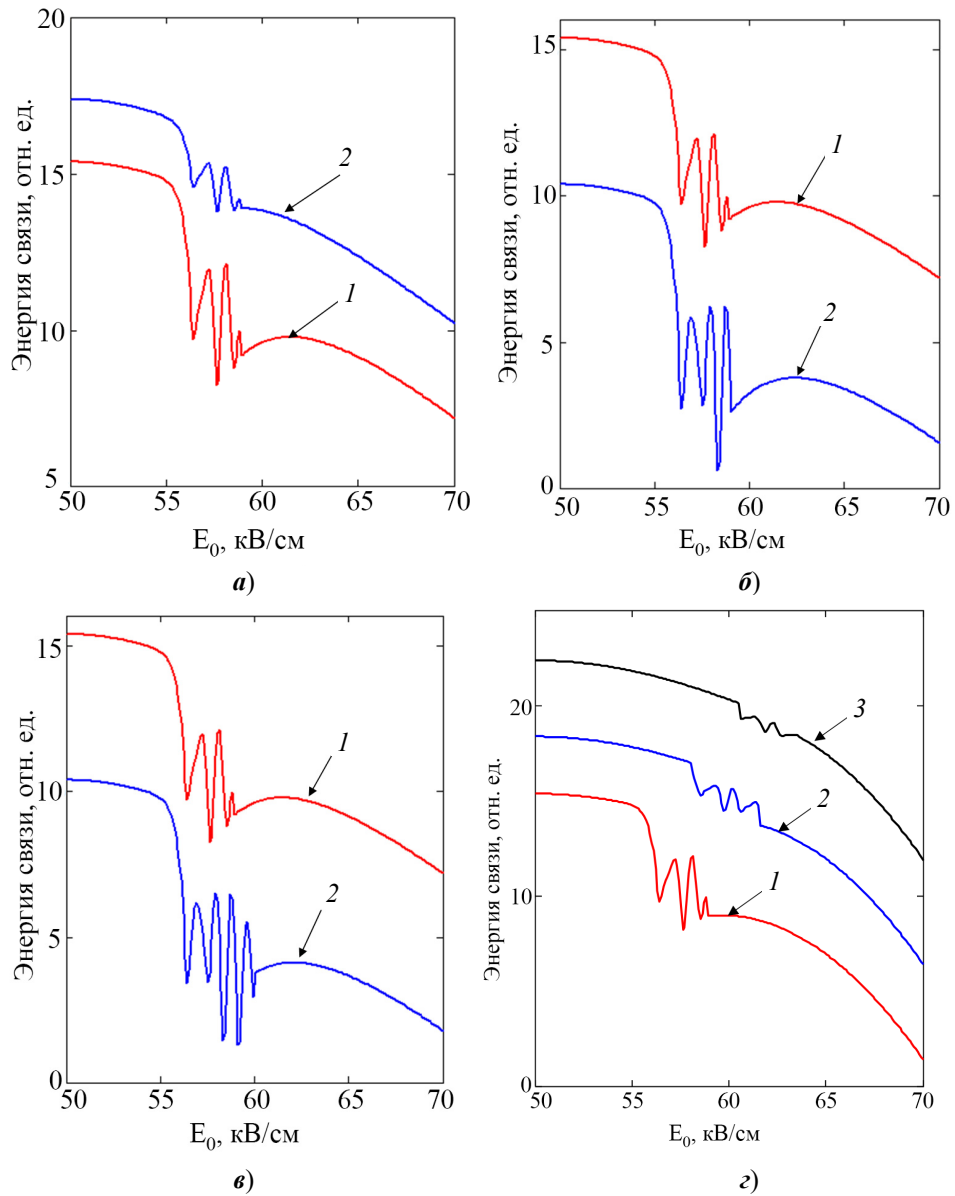


Рис. 2. Зависимость энергии связи A^+ -состояния от величины напряженности внешнего электрического поля при $R_0 = 70$ нм ; $\eta_i = 1$: а – для разных

значений константы взаимодействия с контактной средой ($\epsilon_T^* = 1$; $\epsilon_L^* = 1$) :

1 – $\epsilon_C^* = 1$; 2 – $\epsilon_C^* = 1,5$; б – для разных значений частоты фононной моды

($\epsilon_T^* = 1$; $\epsilon_C^* = 1$) : 1 – $\epsilon_L^* = 1$; 2 – $\epsilon_L^* = 1,2$; в – для разных значений

температуры ($\epsilon_L^* = 1$; $\epsilon_C^* = 1$) : 1 – $\epsilon_T^* = 1$; 2 – $\epsilon_T^* = 2$; з – для разных значений

параметра α^* ($\epsilon_T^* = 1$; $\epsilon_L^* = 1$; $\epsilon_C^* = 1$) : 1 – $\alpha^* = 0,35$; 2 – $\alpha^* = 0,4$; 3 – $\alpha^* = 0,7$

2. Эффекты бифуркаций и квантовых биений в спектрах рекомбинационного излучения взаимодействующих квантовых точек во внешнем электрическом поле

Рассмотрим процесс излучательного перехода электрона на энергетический уровень A^+ -центра в сферически-симметричной КТ при наличии внешнего электрического поля E_0 с учетом 2D-диссипативного туннелирования дырок.

Спектральная интенсивность рекомбинационного излучения определяется выражением вида [6]:

$$\Phi(\omega) = \frac{4\omega^2 \sqrt{\epsilon} e^2}{c^3 V} \left| \frac{P_{eh} e_0}{m_0} \right|^2 \times \sum_n \left| \int \Psi_{n,l,m}(r) \Psi_{\lambda}^{A^+}(r, r_a) dr \right|^2 \frac{\Gamma_0}{\frac{\Gamma_0^2}{4} + (E_i - E_{\lambda} - \hbar\omega)^2}, \quad (9)$$

где e – заряд электрона; V – объем КТ; P_{eh} – матричный элемент оператора импульса на блоховских амплитудах зонных носителей; ω – частота излучаемой электромагнитной волны поляризации e_0 ; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость материала КТ.

Во втором порядке теории возмущений волновая функция электрона $\Psi_{n,0,0}(r, \theta, \phi)$ в основном состоянии имеет вид

$$\Psi_{n,0,0}(r, \theta, \phi) = \Psi_{0,0,0}(r, \theta, \phi) + \frac{e E_0 a_h}{E_h} \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{R_0^{*2} H_{1n'}}{k(\pi^2 - X_{n',1}^2)} \Psi_{n',0,0}(r, \theta, \phi), \quad (10)$$

где волновая функция нулевого приближения

$$\Psi_{0,0,0}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R_0} J_{3/2}(X_{n,0})} \cdot \frac{1}{\sqrt{r}} J_{1/2}\left(\frac{r X_{n,0}}{R_0}\right) \quad (11)$$

является решением уравнения Шредингера для сферически симметричной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками; $E_{n,l} = \hbar^2 X_{n,l}^2 / (2m_h^* R_0^2)$ – энергетический спектр электрона в КТ, $X_{n,l}$ – n -й корень функции Бесселя полуцелого порядка $l + 1/2$, $k = m_h^* / m_e^*$, m_h^*, m_e^* – эффективные массы дырки и электрона соответственно; $E_h = \hbar^2 / (2m_h^* a_h^2)$ и $a_h = 4\pi\epsilon_0 \epsilon \hbar^2 / (m_h^* |e|^2)$ – эффективная боровская энергия и эффективный боровский радиус дырки соответственно.

Энергия основного состояния электрона во внешнем электрическом поле (в единицах эффективной боровской энергии дырки E_h) во втором порядке теории возмущений имеет вид

$$\frac{E_{1,0}}{E_h} = \frac{\pi^2}{R_0^{*2}} + \frac{e^2 E_0^2 a_h^2}{E_h^2} \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{R_0^{*2} H_{1n'}^2}{\pi^2 - X_{n',1}^2}. \quad (12)$$

Матричный элемент оператора возмущения (в боровских единицах) в выражении (2) можно записать как (см. например [7]):

$$H_{1n'} = \frac{2R_0^* X_{n',1} (\pi \sin(X_{n',1})) (3X_{n',1}^2 - \pi^2) - \cos(X_{n',1}) (\pi X_{n',1}^3 - \pi^3 X_{n',1})}{\sqrt{3} (\pi^2 - X_{n',1}^2)^2 (3 \cos(X_{n',1}) X_{n',1} + \sin(X_{n',1}) (X_{n',1}^2 - 3))}. \quad (13)$$

Пусть примесный атом расположен в точке с координатами $\vec{R}_a = (0, 0, 0)$, тогда волновую функцию дырки, локализованной на A^+ -центре (электрон находится в основном состоянии КТ), можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{\lambda}^{A^+}(x, y, z, 0) = & \left[\frac{2\sqrt{\pi} a_n^{*3} a_h^3 \Gamma\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 + \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \eta_{\lambda}^2\right)^2 \Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right)} \times \right. \\ & \times \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right) \left(\Psi\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \Psi\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2\epsilon_0} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right) \right) + 1 \right]^{-1/2} \times \\ & \times \exp\left[\frac{-(1 - 4e^{-t} + 3e^{-2t}) x_0^{*2}}{2a_n^{*2} (1 - e^{-2t})} \right] \times \int_0^{\infty} dt \exp(-t\eta_{\lambda}^2) (1 - e^{-2t})^{-3/2} \times \\ & \times \exp\left[-\frac{(1 + e^{-2t})(x^{*2} + y^{*2} + z^{*2}) - 2x_0^* (1 - e^{-t})^2 x^*}{2a_n^{*2} (1 - e^{-2t})} \right], \quad (14) \end{aligned}$$

где $W_0^* = W_0/E_h$, $W_0 = e^2 E_0^2 E_h a_h^2$, $x^* = x/a_h$, $y^* = y/a_h$, $z^* = z/a_h$, $x_0^* = x_0/a_h$, $x_0 = eE_0 / m_h^* \omega_n^2$, $\hbar\omega_n = \pi\sqrt{2}\hbar ne / \sqrt{3m_h^* R_0^3 \epsilon}$, $\beta_n = 1/\hbar\omega_n$, $a_n = \sqrt{\hbar / (m_h^* \omega_n)}$.

Или в сферической системе координат:

$$\Psi_{\lambda}^{A^+}(r, 0) = \left[\frac{2\sqrt{\pi} a_n^{*3} a_h^3 \Gamma\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 + \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \eta_{\lambda}^2\right)^2 \Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_{\lambda}^2}{2}\right)} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right) \left(\Psi \left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \Psi \left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2\varepsilon_0} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right) \right) + 1 \right]^{-1/2} \times \\
& \times \exp \left[\frac{-(1-4e^{-t}+3e^{-2t})x_0^{*2}}{2a_n^{*2}(1-e^{-2t})} \right] \times \int_0^\infty dt \exp(-t\eta_\lambda^2) (1-e^{-2t})^{-3/2} \times \\
& \times \exp \left[-\frac{(1+e^{-2t})}{(1-e^{-2t})2a_n^{*2}} r^{*2} + \frac{x_0^*(1-e^{-t})}{a_n^{*2}(1+e^{-t})} r^* \sin\theta \cos\varphi \right]. \quad (15)
\end{aligned}$$

Тогда матричный элемент в (9) может быть представлен в следующем виде:

$$\begin{aligned}
M_{1\lambda} &= \int \Psi_{n,l,m}(\mathbf{r}) \Psi_\lambda^{A+}(\mathbf{r}; 0) d\mathbf{r} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi R_0^*}} \left\{ \frac{2\sqrt{\pi} a_n^{*3} \Gamma \left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 + \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right)}{\left(\frac{3}{2} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \eta_\lambda^2 \right)^2 \Gamma \left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right)} \times \right. \\
& \times \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right) \left(\Psi \left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \Psi \left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2\varepsilon_0} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2} \right) \right) + 1 \right] \left. \right\}^{-1/2} \int_0^\infty dt \exp(-t\eta_\lambda^2) \times \\
& \times \exp \left[-\frac{(1-4e^{-t}+3e^{-2t})x_0^{*2}}{2a_n^{*2}(1-e^{-2t})} \right] (1-e^{-2t})^{-3/2} \times \\
& \times \int_0^\infty dr^* r^{*2} \int_0^\pi d\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\frac{J_{1/2} \left(\frac{r^* X_{n,0}}{R_0^*} \right)}{J_{3/2}(X_{n,0})} + \right.
\end{aligned}$$

$$+ \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{e E_0 a_h R_0^{*2} H_{1n'}}{k E_h J_{3/2}(X_{n',0}) (\pi^2 - X_{n',1}^2)} J_{1/2} \left(\frac{r^* X_{n',0}}{R_0^*} \right) \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{r^*}} \exp \left[- \frac{(1+e^{-2t})}{(1-e^{-2t}) 2a_n^{*2}} r^{*2} + \frac{x_0^* (1-e^{-t})}{a_n^{*2} (1+e^{-t})} r^* \sin \theta \cos \varphi \right]. \quad (16)$$

Интеграл по азимутальному углу φ в (11) можно вычислить с использованием интегрального представления модифицированной функции Бесселя $I_\nu(x)$ [8]:

$$I_\nu(z) = \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^\nu}{\Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \int_0^\pi \exp(\pm z \cos \varphi) \sin^{2\nu} \varphi d\varphi, \quad (17)$$

тогда

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left[\frac{x_0^* (1-e^{-t})}{a_n^{*2} (1+e^{-t})} r^* \sin \theta \cos \varphi \right] = 2\pi I_0 \left(\frac{x_0^* (1-e^{-t})}{a_n^{*2} (1+e^{-t})} r^* \sin \theta \right), \quad (18)$$

здесь $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Для интегралов по θ и r^* соответственно имеем

$$\int_0^\pi d\theta I_0 \left(\frac{x_0^* (1-e^{-t})}{a_n^{*2} (1+e^{-t})} r^* \sin \theta \right) \sin \theta = \frac{2a_n^{*2} (1+e^{-t}) \operatorname{sh} \left[\frac{x_0^* (1-e^{-t})}{a_n^{*2} (1+e^{-t})} r^* \right]}{x_0^* (1-e^{-t}) r^*}, \quad (19)$$

$$\int_0^\infty dr^* \sqrt{r^*} \operatorname{sh} \left[\frac{x_0^* (1-e^{-t})}{a_n^{*2} (1+e^{-t})} r^* \right] J_{1/2} \left(\frac{X_{n,0}}{R_0^*} r^* \right) \exp \left[- \frac{(1+e^{-2t})}{(1-e^{-2t}) 2a_n^{*2}} r^{*2} \right] = \\ = -i \frac{5}{2^4} \frac{1}{\sqrt{R_0^*} a_n^{*2} \operatorname{th}(t)^{1/4}} \exp \left[\left(\frac{x_0^* (1-e^{-t})}{(1+e^{-t})} - i \frac{a_n^{*2} X_{n,0}}{R_0^*} \right)^2 \operatorname{th}^2(t) \right] \times \\ \times \left(\exp \left[i \frac{4x_0^* X_{n,0} a_n^{*2}}{R_0^*} \operatorname{th} \left(\frac{t}{2} \right) \operatorname{th}^2(t) \right] - 1 \right). \quad (20)$$

Тогда для матричного элемента (16) можно записать

$$\begin{aligned}
 M_{1\lambda} = & -i \frac{2^{\frac{11}{4}} \sqrt{\pi} a_n^{*2}}{\sqrt{R_0^* x_0^*}} \left\{ \frac{2\sqrt{\pi} a_n^{*3} \Gamma\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 + \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \eta_\lambda^2\right)^2 \Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right)} \times \right. \\
 & \times \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right) \times \left(\Psi\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \Psi\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2\varepsilon_0} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right) + 1\right) \right]^{-1/2} \times \\
 & \times \int_0^\infty dt \exp(-t\eta_\lambda^2) \exp\left[-\frac{(1-4e^{-t}+3e^{-2t})x_0^{*2}}{2a_n^{*2}(1-e^{-2t})}\right] \times \\
 & \times (1-e^{-2t})^{-3/2} \operatorname{cth}\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^{\frac{1}{4}}(t) \exp\left[x_0^{*2} \operatorname{th}^2\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^2(t)\right] \times \\
 & \times \left[\frac{1}{J_{3/2}(X_{n,0}) \sqrt{X_{n,0}}} \exp\left[-\left(\frac{a_n^{*2} X_{n,0}}{R_0^*}\right)^2 \operatorname{th}^2(t)\right] \times \right. \\
 & \times \left. \left(\exp\left[i \frac{4x_0^* X_{n,0} a_n^{*2}}{R_0^*} \operatorname{th}\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^2(t)\right] - 1 \right) + \right. \\
 & + \sum_{n'=1}^\infty \frac{e E_0 a_h R_0^{*2} H_{1n'} \exp\left[-\left(\frac{a_n^{*2} X_{n',0}}{R_0^*}\right)^2 \operatorname{th}^2(t)\right]}{k E_h J_{3/2}(X_{n',0}) \sqrt{X_{n',0}} (\pi^2 - X_{n',1}^2)} \times \\
 & \times \left. \left(\exp\left[i \frac{4x_0^* X_{n',0} a_n^{*2}}{R_0^*} \operatorname{th}\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^2(t)\right] - 1 \right) \right]. \quad (21)
 \end{aligned}$$

С учетом (9), (12) и (17) выражение для спектральной интенсивности рекомбинационного излучения (СИРИ) в КТ можно записать в следующем виде:

$$\Phi(X) = \Phi_0 \times \frac{a_n^{*2} X^2}{x_0^{*2}} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left| \frac{\Gamma\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 + \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \eta_\lambda^2\right)^2 \Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right)} \times \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right) \times \right. \right. \\
 & \times \left. \left. \left(\Psi\left(\frac{1}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 - \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right) - \Psi\left(\frac{7}{4} + \frac{i\Gamma_0^*}{2} - W_0^* \beta_n^4 + \frac{\eta_\lambda^2}{2}\right) \right) + 1 \right]^{-1} \times \right. \\
 & \times \left. \int_0^\infty dt \exp(-t\eta_\lambda^2) \exp\left[-\frac{(1-4e^{-t}+3e^{-2t})x_0^{*2}}{2a_n^{*2}(1-e^{-2t})}\right] \times \right. \\
 & \times \left. (1-e^{-2t})^{-3/2} \operatorname{cth}\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^{\frac{1}{4}}(t) \exp\left[x_0^{*2} \operatorname{th}^2\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^2(t)\right] \times \right. \\
 & \times \left. \frac{\exp\left[-\left(\frac{a_n^{*2} X_{n,0}}{R_0^*}\right)^2 \operatorname{th}^2(t)\right]}{R_0^* J_{3/2}(X_{n,0}) \sqrt{X_{n,0}}} \left(\exp\left[i \frac{4x_0^* X_{n,0} a_n^{*2}}{R_0^*} \operatorname{th}\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^2(t)\right] - 1 \right) + \right. \\
 & + \sum_{n'=1}^\infty \frac{e E_0 a_h R_0^* H_{1n'} \exp\left[-\left(\frac{a_n^{*2} X_{n',0}}{R_0^*}\right)^2 \operatorname{th}^2(t)\right]}{k E_h J_{3/2}(X_{n',0}) \sqrt{X_{n',0}} (\pi^2 - X_{n',0}^2)} \times \\
 & \times \left. \left(\exp\left[i \frac{4x_0^* X_{n',0} a_n^{*2}}{R_0^*} \operatorname{th}\left(\frac{t}{2}\right) \operatorname{th}^2(t)\right] - 1 \right) \right)^2 \times \\
 & \times \frac{\Gamma_0^*}{\left(\frac{E_g}{E_h} + \frac{\pi^2}{R_0^{*2}} + \frac{e^2 E_0^2 a_h^2}{E_h^2} \sum_{n'=1}^\infty \frac{R_0^{*2} H_{1n'}^2}{\pi^2 - X_{n',1}^2} - \eta_\lambda^2 - X\right)^2 + \frac{\Gamma_0^{*2}}{4}}, \quad (22)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Phi_0 &= 2^{\frac{11}{2}} \sqrt{\epsilon} E_h^2 e^2 / \sqrt{\pi c^3 \hbar^2 V} \times |P_{eh} e_0 / m_0|^2, \\
 X &= \hbar \omega / E_h.
 \end{aligned}$$

На рис. 3 представлена зависимость СИРИ $\Phi(E_0, \epsilon_L^*, \epsilon_C^*, \epsilon_T^*, \alpha^*)$ для InSb – КТ с учетом 2D-диссипативного туннелирования и кулоновского «расталкивания» дырок во внешнем электрическом поле.

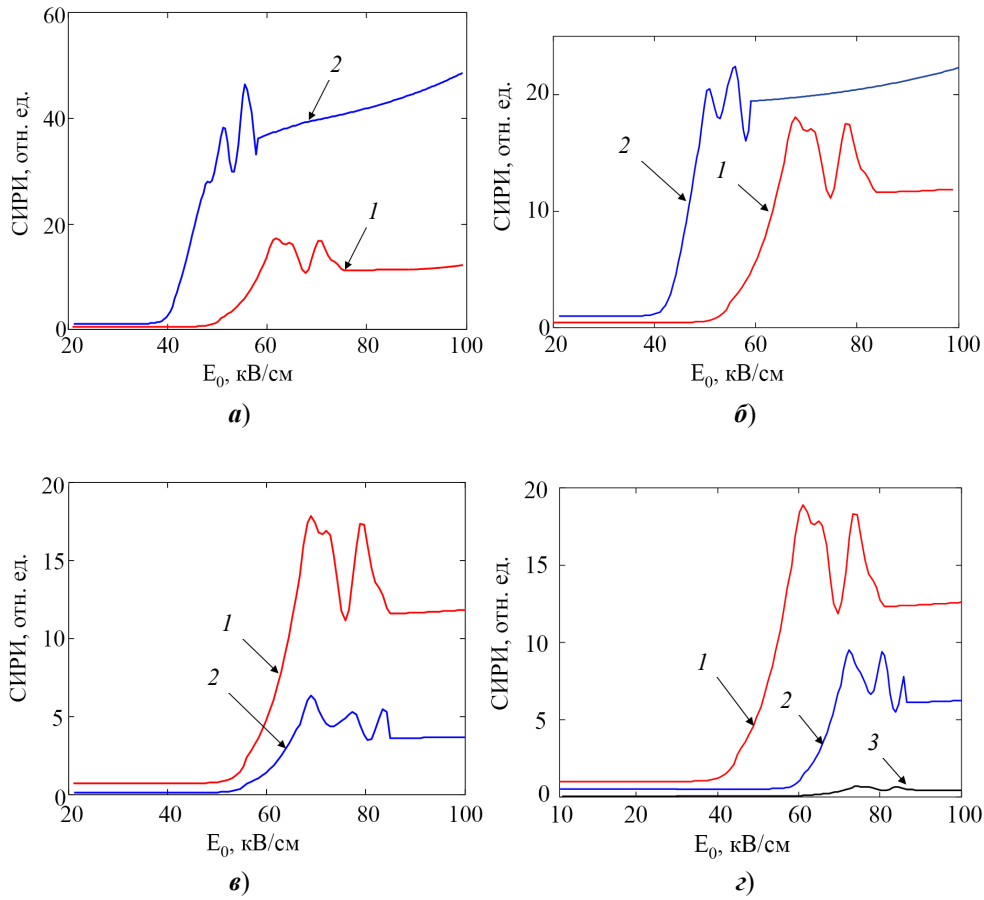


Рис. 3. Зависимость СИРИ в квазиульмерной структуре с InSb КТ от величины напряженности внешнего электрического поля E_0 при $R_0 = 70$ нм; $\alpha^* = 0,35$;

$\eta_i = 1$: а – для различных значений частоты фононной моды (параметр ϵ_L^*):
 1 – $\epsilon_L^* = 1, \epsilon_T^* = 1, \epsilon_C^* = 1$; 2 – $\epsilon_L^* = 1,5, \epsilon_T^* = 1, \epsilon_C^* = 1$; б – для различных значений температуры (параметр ϵ_T^*):
 1 – $\epsilon_L^* = 1, \epsilon_T^* = 1, \epsilon_C^* = 1$; 2 – $\epsilon_L^* = 1, \epsilon_T^* = 1,5, \epsilon_C^* = 1$;
 в – для различных значений константы взаимодействия с контактной средой (параметр ϵ_C^*):
 1 – $\epsilon_L^* = 1, \epsilon_T^* = 1, \epsilon_C^* = 1$; 2 – $\epsilon_L^* = 1, \epsilon_T^* = 1, \epsilon_C^* = 1,5$;
 г – для различных значений постоянной взаимодействия α^* :
 ($\epsilon_L^* = 1, \epsilon_T^* = 1, \epsilon_C^* = 1$; $\eta_i = 1$): 1 – $\alpha^* = 0,35$; 2 – $\alpha^* = 0,4$; 3 – $\alpha^* = 0,7$

Как видно из рис. 3, кривые СИРИ имеют характерный излом, соответствующий точке 2D-бифуркации, которая возникает при смене режимов туннелирования в взаимодействующей паре КТ с синхронного на асинхронный. Можно также видеть, что в окрестности точки 2D-бифуркации имеют место

нерегулярные осцилляции в СИРИ, связанные с режимами квантовых биений, когда появляются конкурирующие траектории туннельного переноса. Сравнение кривых на рис. 3 показывает, что параметры диссипативного туннелирования оказывают существенное влияние на амплитуду квантовых биений и на положение точки 2D-бифуркации в СИРИ. Из рис. 3,а можно видеть, что амплитуда осцилляций на кривой СИРИ растет с ростом частоты фононной моды (параметр $\epsilon_L^* = \hbar\omega_L/E_h$) (ср. кривые 1 и 2 на рис. 3,а) и температуры (параметр $\epsilon_T^* = kT/E_h$) (ср. кривые 1 и 2 рис. 3,б), при этом точка бифуркации смещается в сторону более слабых полей, так как рост параметров ϵ_L^* и ϵ_T^* приводит к увеличению вероятности 2D-диссипативного туннелирования, и, как следствие, требуется меньшая величина напряженности внешнего электрического поля для изменения асимметрии осцилляторного 2D-потенциала, которым моделируется КТ.

Из рис. 3,в видно, что увеличение константы взаимодействия с контактной средой (параметр $\epsilon_C^* = \hbar C/E_h$) приводит к значительному уменьшению амплитуды квантовых биений и смещению точки 2D-бифуркации в сторону сильных полей, что связано с «блокировкой» туннельных процессов из-за роста вязкости контактной среды (сравн. кривые 1 и 2 на рис. 3,в). На рис. 3,г можно видеть, что рост величины α^* , являющейся постоянной взаимодействия в случае параллельного переноса туннелирующих частиц, приводит к смещению точки 2D-бифуркации в область более сильных полей, что связано с увеличением кулоновского отталкивания между дырками в примесных комплексах A^+ и, как следствие, изменением симметрии осцилляторного 2D-потенциала.

Заключение

Теоретически исследовано влияние 2D-диссипативного туннелирования в системе «КТ – окружающая матрица», а также парного электростатического взаимодействия КТ, содержащих примесные комплексы ($A^+ + e$), на рекомбинационное излучение, связанное с оптическим переходом электрона из основного состояния КТ в квазистационарное A^+ -состояние во внешнем электрическом поле. Показано, что полевая зависимость энергии связи квазистационарного A^+ -состояния имеет осциллирующий характер, связанный с квантовыми биениями, которые возникают при параллельном 2D-туннельном переносе. Найдено, что кривые СИРИ имеют характерный излом, соответствующий точке 2D-бифуркации, возникающей при смене режимов туннелирования во взаимодействующей паре КТ с синхронного на асинхронный. Установлено, что в окрестности точки 2D-бифуркации имеют место нерегулярные осцилляции в СИРИ, связанные с режимами квантовых биений, когда появляются конкурирующие траектории туннельного переноса. Найдено, что параметры диссипативного туннелирования: температура, частота фононной моды, константа взаимодействия с контактной средой, постоянная взаимодействия КТ, – оказывают существенное влияние на амплитуду квантовых биений и положение точки 2D-бифуркации в СИРИ. Учет парного взаимодействия КТ между собой посредством дырочного расталкивания в комплексах ($A^+ + e$) приводит к подавлению рекомбинационного излучения с ростом постоянной взаимодействия.

Список литературы

1. Орлова А. О., Адрианов В. Е., Маслов В. Г., Парфенов П. С., Баранов А. В., Федоров А. В. Фотофизические проявления взаимодействия квантовых точек с молекулами орто-фенантролина // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 108, № 6. С. 807–813.
2. Anton M. A. Phonon-assisted entanglement between two quantum dots coupled to a plasmonic nanocavity // Optics Communications. 2022. Vol. 508. P. 127811.
3. Екимов А. И., Онущенко А. А., Эфрос Ал. Л. Квантование энергетического спектра дырок в адиабатическом потенциале электрона // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1986. Т. 43, № 6. С. 292–294.
4. Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах : монография, посвященная памяти академика РАН А. И. Ларкина / Э. Дж. Леггет, Ю. Н. Овчинников, В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, П. В. Кревчик [и др.] ; под ред. Нобелевского лауреата Э. Дж. Леггета. М. : Физматлит, 2012. 495 с.
5. Кревчик В. Д., Левашов А. В. Энергетический спектр комплекса A^++e в квантовой точке в адиабатическом приближении // Физика твердого тела. 2006. Т. 48, № 3. С. 548–550.
6. Krevchik V. D., Razumov A. V., Semenov M. B., Uvaysov S. U., Kulagin V. P., Komada P., Smailova S., Mussabekova A. Influence of an External Electric Field and Dissipative Tunneling on Recombination Radiation in Quantum Dots // Sensors. 2022. Vol. 22. P. 1300 (1-32). doi: 10.3390/s22041300
7. Левашов А. В., Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Разумов А. В. Особенности рекомбинационного излучения в квантовых точках с примесными комплексами (A^++e) во внешнем электрическом поле. Часть II. Квантово-размерный эффект Штарка в спектрах рекомбинационного излучения квантовых точек с примесным комплексом (A^++e) // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2022. № 1. С. 83–96.
8. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. : Физматгиз, 1962. С. 1100.

References

1. Orlova A.O., Adrianov V.E., Maslov V.G., Parfenov P.S., Baranov A.V., Fedorov A.V. Photophysical manifestations of the interaction of quantum dots with orthophenanthroline molecules. *Optika i spektroskopiya = Optics and spectroscopy*. 2010;108(6):807–813. (In Russ.)
2. Anton M.A. Phonon-assisted entanglement between two quantum dots coupled to a plasmonic nanocavity. *Optics Communications*. 2022;508:127811.
3. Ekimov A.I., Onushchenko A.A., Efros A.L. Quantization of the energy spectrum of holes in the adiabatic potential of an electron. *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki = Letters to the Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1986;43(6):292–294. (In Russ.)
4. Legget E.Dzh., Ovchinnikov Yu.N., Krevchik V.D., Semenov M.B., Krevchik P.V. et al. *Upravlyаемое dissipativnoe tunnelirovanie. Tunnel'nyy transport v nizkorazmernyykh sistemakh: monografiya, posvyashchennaya pamyati akademika RAN A.I. Larkina = Controlled dissipative tunneling. Tunnel transport in low-dimensional systems: monograph, commemorating academician of the Russian Academy of Sciences A.I. Larkin*. Moscow: Fizmatlit, 2012:495. (In Russ.)
5. Krevchik V.D., Levashov A.V. Energy spectrum of the A^++e complex in a quantum dot in the adiabatic approximation. *Fizika tverdogo tela = Solid state physics*. 2006;48(3):548–550. (In Russ.)
6. Krevchik V.D., Razumov A.V., Semenov M.B., Uvaysov S.U., Kulagin V.P., Komada P., Smailova S., Mussabekova A. Influence of an External Electric Field and Dissipative

Tunneling on Recombination Radiation in Quantum Dots. *Sensors*. 2022;22:1300(1-32). doi: 10.3390/s22041300

7. Levashov A.V., Krevchik V.D., Semenov M.B., Razumov A.V. The features of recombination radiation in quantum dots with an $(A^+ + e)$ impurity complex in an external electric field. Part 2. Quantum size Stark effect in the recombination emission spectra of quantum dots with an $(A^+ + e)$ impurity complex. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2022;(1):83–96. (In Russ.)
8. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy = Tables of integrals, sums, series and products*. Moscow: Fizmatgiz, 1962:1100. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Владимир Дмитриевич Кревчик

доктор физико-математических наук,
профессор, декан факультета
информационных технологий
и электроники, Пензенский
государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Vladimir D. Krevchik

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, dean of the faculty
of information technology and electronics,
Penza State University (40 Krasnaya
street, Penza, Russia)

Алексей Викторович Разумов

кандидат физико-математических наук,
доцент, доцент кафедры общей физики
и методики обучения физике,
Пензенский государственный
университет (Россия, г. Пенза,
ул. Красная, 40)

E-mail: razumov_alex@mail.ru

Aleksey V. Razumov

Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor, associate
professor of the sub-department of general
physics and physics teaching methods,
Penza State University (40 Krasnaya
street, Penza, Russia)

Михаил Борисович Семенов

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
физики, Пензенский государственный
университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: Misha29.02.2@gmail.com

Mikhail B. Semenov

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of the
sub-department of physics, Penza
State University (40 Krasnaya street,
Penza, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 18.10.2022

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 21.11.2022

Принята к публикации / Accepted 10.08.2023